

3.14159265358979323846

Η πολυτάραχη ζωή της ΣΤΑΘΕΡΑΣ Π

© ΤΟ ΒΗΜΑ

THE INDEPENDENT

Του STEVE CONNOR



Η περασμένη Τρίτη ήταν η 14η Μαρτίου, την οποία οι Αμερικανοί αναφέρουν ως 3/14. Αν διαθέτετε έναν συγκεκριμένο τύπο εγκεφάλου, σίγουρα θα προσέξατε ότι τα τρία αυτά ψηφία βρίσκονται πολύ κοντά σε έναν από τους πιο σημαντικούς αριθμούς των μαθηματικών: τον π. Έτσι η 14η Μαρτίου έχει ανακηρυχθεί Παγκόσμια Ημέρα του αριθμού π, προς τιμήν της μαθηματικής σταθεράς που έχει μαγέψει και μεπιδέψει γενεές επί γενεών μαθηματικών από την εποχή της αρχαίας Βαβυλώνας.

Όπως μαθαίνουμε όλοι στο σχολείο, το π είναι ο λόγος της περιφέρειας ενός κύκλου προς τη διάμετρό του. Με άλλα λόγια, σε οποιονδήποτε κύκλο, αν διαιρέσετε το μήκος της περιφέρειας με τη διάμετρό του, θα έχετε πάντα ως αποτέλεσμα τον ίδιο αριθμό - το π.

Πρόκειται για έναν βασικό κανόνα της τριγωνομετρίας που μαθαίνουμε βάσει της αρχής της σταδιακής όσμωσης και ξεχνάμε βάσει της αρχής της ταχείας διάχυσης, η απλή αλήθεια του οποίου έχει προκαλέσει ανά τους αιώνες χιλιάδες προβλήματα στους μαθηματικούς.

Το πρώτο και πιο ενδιαφέρον είναι η εύρεση της ακριβούς τιμής του, και αυτό γιατί τα δεκαδικά ψηφία του συνεχίζονται επ' άπειρον. Για συντομία εμείς μπορούμε να πούμε τώρα ότι η τιμή του π είναι 3,1416. Οι ακριβολόγοι θα σας πουν φυσικά ότι αυτή είναι μια κατά προσέγγιση εκτίμηση και θα προτιμήσουν το περισσότερο ακριβές 3,14159265358979323846. Οι υπερροθόδοξοι ακριβολόγοι θα προτιμήσουν να προσθέσουν ακόμη μερικές χιλιάδες ψηφία, και έτσι όμως δεν θα επιτύχουν τη σωστή τιμή.

Ένας υπερυπολογιστής στο Τόκιο υπολόγισε κάποτε περισσότερα από δύο δισεκατομμύρια ψηφία του π. Δεν μπόρεσε παρ' όλα αυτά να φθάσει ως το τελευταίο δεκαδικό ψηφίο, γιατί, όπως γνωρίζουν όλοι οι μαθηματικοί, αυτό βρίσκεται κάπου πέρα από το άπειρο, σε ένα μέρος όπου φθάνουν μόνο στα όνειρά τους.

Για τη διευκόλυνση της απομνημόνευσης μέρους τού αριθμού π θα συναντήσετε κανείς σε πολλές γλώσσες στίχάκια στα οποία ο αριθμός γραμμάτων κάθε λέξης συμπίπτει με τα πρώτα δεκαδικά ψηφία τού π, ένα προς ένα. Στα ελληνικά επινοήθηκε τετράστιχο που προσαθεί να περιγράψει τον π:

*Αεί ο Θεός ο μέγας γεωμετρει
το κύκλου μήκος ίνα ορίση διαμέτρω
παρήγαγεν αριθμόν απέραντον
και ον φευ! ουδέποτε όλον θνητοί θα εύρωσι*

Το π αποτελεί την απόδειξη του παλαιού ρητού ότι δεν μπορεί κανείς να τετραγωνίσει τον κύκλο.

Δεν μπορεί δηλαδή κανείς, χρησιμοποιώντας μόνο έναν κανόνα και έναν διαβήτη, να φτιάξει ένα τετράγωνο που να έχει ακριβώς το ίδιο εμβαδόν με έναν δεδομένο κύκλο

«Όλοι οι αριθμοί είναι ενδιαφέροντες, μερικοί όμως είναι πιο ενδιαφέροντες από τους άλλους και το π είναι ο πιο ενδιαφέρον από όλους» λέει ο **Ιαν Σπούαρτ**, καθηγητής των Μαθηματικών στο Πανεπιστήμιο του Γουόρικ.

Το περίεργο είναι ότι το π είναι ταυτοχρόνως άρρητος και υπερβατικός αριθμός. Άρρητος επειδή δεν μπορεί να εκφραστεί ως ο λόγος δύο ακέραιων αριθμών και υπερβατικός επειδή αποτελεί τη ζωντανή απόδειξη ότι δεν μπορούμε να τετραγωνίσουμε τον κύκλο.

Ας πάρουμε όμως τα πράγματα από την αρχή.

Όταν οι αρχαίοι Βαβυλώνιοι άρχισαν να χτίζουν τη Βαβυλώνα ασχολήθηκαν ιδιαίτερα με τη γεωμετρία. Ηδη από τον 20ό αι. π.Χ. διαπίστωσαν ότι όταν η περιφέρεια οποιουδήποτε κύκλου διαιρείται διά της διαμέτρου της, το αποτέλεσμα είναι πάντοτε περίπου τρία. Υπολόγισαν μάλιστα την τιμή αυτού του λόγου στα 25/8, τα οποία απέχουν μόλις κατά 0,5% της πραγματικής τιμής του. Πολύ λιγότερο ακριβής είναι η άλλη από τις αρχαιότερες τιμές του π, που συναντάμε στη Βίβλο (Βασιλέων Α, 7, 23), σύμφωνα με την οποία η κυκλική λίμνη του οίκου του Σολομώντα είχε διάμετρο δέκα πήχεις και περι-

Όπως κάθε σημαντική οντότητα σε αυτόν τον πλανήτη, έτσι και ο αριθμός π, η περίφημη σταθερά του Αρχιμήδη, έχει πλέον τη δική του ημέρα στο εορταστικό ημερολόγιο. Τον γιορτάσαμε στις 14 Μαρτίου και δραπέτομεθα της ευκαιρίας για να διηγηθούμε την απολαυστική ιστορία του

φέρεια τριάντα πήχεις, τοποθετώντας την τιμή ακριβώς στο τρία.

Μία από τις αρχαιότερες και ακριβέστερες τιμές είναι αυτή του αιγύπτιου γραφέα Αχμές. Την έχει καταγράψει σε έναν πάπυρο του Μέσου Βασιλείου, περίπου το 1650 π.Χ., αντιγράφοντας ουσιαστικά έναν ακόμη αρχαιότερο πάπυρο. Ο Αχμές περιέγραψε το π ως το αποτέλεσμα της διαίρεσης του 256 διά του 81, δηλαδή 3,160.

Εκείνος όμως ο οποίος θεωρείται ότι ήταν ο πρώτος που προσέγγισε τον υπολογισμό π σε μια πιο θεωρητική βάση ήταν ο Αρχιμήδης, γι' αυτό και το π είναι γνωστό και ως σταθερά του Αρχιμήδη.

Κινέζοι, ινδοί και πέρσες σοφοί προσπάθησαν όλοι να υπολογίσουν τη σταθερά αυτή. Ωστόσο, το όνομα με το οποίο τη γνωρίζουμε σήμερα της δόθηκε το 1706, όταν ο ουαλλός μαθηματικός **Γουίλιαμ Τζόουνς** πρότεινε να ονομαστεί η σταθερά του Αρχιμήδη με το ελληνικό γράμμα π, από τη λέξη «περιφέρεια».

Οι μεγάλες δυσκολίες με το π τότε δεν είχαν ακόμη αρχίσει. Το 1761 ο **Γιόχαν Λάμπερτ** απέδειξε ότι το π είναι άρρητος αριθμός. Με απλά λόγια αυτό σημαίνει ότι δεν μπορεί να εκφραστεί ως κλάσμα δύο ακεραίων αριθμών. Στο σχολείο τα παιδιά μαθαίνουν ότι το π είναι περίπου 22/7, η τιμή αυτή είναι όμως και πάλι κατά προσέγγιση, γιατί το π βρίσκεται εκτός μαθηματικής λογικής.

Η δεύτερη μεγάλη ανακάλυψη σημειώθηκε το 1882, όταν ο **Φέρντιναντ φον Λίντεμαν** απέδειξε ότι το π είχε μία ακόμη ασυνήθιστη ιδιότητα: ήταν υπερβατικός αριθμός. Στη μαθηματική ορολογία αυτό σημαίνει ότι δεν αποτελεί τη ρίζα καμιάς αλγεβρικής εξίσωσης με ρητούς συντελεστές.

Στη μη μαθηματική ορολογία αυτό σημαίνει ότι το π αποτελεί την από-

δειξη του παλαιού ρητού ότι δεν μπορεί κανείς να τετραγωνίσει τον κύκλο. Δεν μπορεί δηλαδή κανείς, χρησιμοποιώντας μόνο έναν κανόνα και έναν διαβήτη, να φτιάξει ένα τετράγωνο που να έχει ακριβώς το ίδιο εμβαδόν με έναν δεδομένο κύκλο.

Η κομψότητα της φύσης του π συνοψίζεται όμως στις τόσες προσπάθειες που έχουν γίνει και εξακολουθούν να γίνονται για τη συμπλήρωση των αριθμών του. Η επίμονη αναζήτηση ξεκίνησε ίσως με τον γερμανό μαθηματικό **Λούντολφ βαν Τσόιλεν**, ο οποίος γύρω στο 1600 υπο-

λόγισε τα πρώτα 35 δεκαδικά ψηφία του π. Ήταν τόσο υπερήφανος γι' αυτό το έργο, στο οποίο αφιέρωσε μεγάλο μέρος της ζωής του, που ζήτησε να γράψουν τα 35 ψηφία στην επιτύμβια στήλη του. Εξίσου επίμονος, ο **Γουίλιαμ Σανκς** αφιέρωσε από την πλευρά του 20 χρόνια στους υπολογισμούς προχωρώντας το π στα 707 δεκαδικά ψηφία. Δυστυ-

χώς το επίτευγμά του υπέστη τεράστιο πλήγμα όταν οι πρώτο ψηφιακοί υπολογιστές ανακάλυψαν ότι είχε κάνει λάθος στο 528ο δεκαδικό ψηφίο, αχρηστεύοντας όλα τα επόμενα.

Η επέκταση του π στο άπειρο έχει επίσης επανειλημμένως προσελκύσει το ενδιαφέρον των συγγραφέων επιστημονικής φαντασίας. Ο σπουδαίος αμερικανός αστρονόμος **Καρλ Σαγκάν** στο βιβλίο του «**Επαφή**» έκρυψε την υπογραφή των εξωγήινων μέσα στα δέσμευτα τυχαία ψηφία του π, τα οποία στην πραγματικότητα δεν ακολουθούν κάποια συγκεκριμένη διάταξη. «**Ήταν πολύ πιθανό, γιατί αυτό δεν γίνεται**» λέει ο καθηγητής Σπούαρτ. «**Δεν μπορείς να τακτοποιήσεις το π σε συγκεκριμένη διάταξη. Ήταν ένα ωραίο απατηλό τέχνασμα εκ μέρους του Σαγκάν. Υπό μίαν έννοιαν ούτε ο ίδιος ο Θεός δεν θα μπορούσε να βρει μια διάταξη μέσα στο π.**»

■
«Υπό μίαν έννοιαν
ούτε ο ίδιος
ο Θεός δεν
θα μπορούσε να
βρει μια διάταξη
μέσα στο π»